**Введённые данные**

- 4·x1 - 2·x2 + x3 → min  
3·x1 - 2·x2 + 4·x3 ≤ 6  
2·x1 + x2 + 3·x3 ≤ 18

**Ответ**

x1 = 6, x2 = 6, x3 = 0, F = -36

**Решение базовым симплекс-методом**

Для каждого ограничения с неравенством **добавляем дополнительные переменные** x4 и x5.  
Перепишем ограничения в каноническом виде:  
3·x1 - 2·x2 + 4·x3 + x4 = 6  
2·x1 + x2 + 3·x3 + x5 = 18  
  
**Ищем начальное базисное решение:**  
Ограничение 1 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x4  
Ограничение 2 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x5  
  
**Начальная симплекс-таблица**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** |
| **x4** | 3 | -2 | 4 | 1 | 0 | 6 |
| **x5** | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 18 |

**Вычисляем дельты:** Δi = C4·a1i + C5·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C4·a11 + C5·a21 - C1 = 0·3 + 0·2 - -4 = 4  
Δ2 = C4·a12 + C5·a22 - C2 = 0·(-2) + 0·1 - -2 = 2  
Δ3 = C4·a13 + C5·a23 - C3 = 0·4 + 0·3 - 1 = -1  
Δ4 = C4·a14 + C5·a24 - C4 = 0·1 + 0·0 - 0 = 0  
Δ5 = C4·a15 + C5·a25 - C5 = 0·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C4·b1 + C5·b2 - C6 = 0·6 + 0·18 - 0 = 0

**Симплекс-таблица с дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** |
| **x4** | 3 | -2 | 4 | 1 | 0 | 6 |
| **x5** | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 18 |
| **Δ** | 4 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 |

**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = 4 положительна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

**Итерация 1**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится максимальная дельта: 1, Δ1: 4  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 1  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 2, строка 1.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 3  
В качестве базисной переменной x4 берём x1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x1** | 3 | -2 | 4 | 1 | 0 | 6 | 6 / 3 = 2 |
| **x5** | 2 | 1 | 3 | 0 | 1 | 18 | 18 / 2 = 9 |
| **Δ** | 4 | 2 | -1 | 0 | 0 | 0 |  |

Делим строку 1 на 3. Из строки 2 вычитаем строку 1, умноженную на соответствующий элемент в столбце 1.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C1·a1i + C5·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x1** | 1 | -0.66666 | 1.33333 | 0.33333 | 0 | 2 | 2 |
| **x5** | 0 | 2.33333 | 0.33333 | -0.66666 | 1 | 14 | 9 |
| **Δ** | 0 | 4.66666 | -6.33333 | -1.33333 | 0 | -8 |  |

**Текущий план X:** [ 2, 0, 0, 0, 14 ]  
**Целевая функция F:** -4·2 + -2·0 + 1·0 + 0·0 + 0·14 = -8  
**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ2 = 4.66666 положительна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

**Итерация 2**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится максимальная дельта: 2, Δ2: 4.66666  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 2  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 6, строка 2.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 2.33333  
В качестве базисной переменной x5 берём x2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x1** | 1 | -0.66666 | 1.33333 | 0.33333 | 0 | 2 | - |
| **x2** | 0 | 2.33333 | 0.33333 | -0.66666 | 1 | 14 | 14 / 2.33333 = 6 |
| **Δ** | 0 | 4.66666 | -6.33333 | -1.33333 | 0 | -8 |  |

Делим строку 2 на 2.33333. Из строки 1 вычитаем строку 2, умноженную на соответствующий элемент в столбце 2.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C1·a1i + C2·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C1·a11 + C2·a21 - C1 = -4·1 + -2·0 - -4 = 0  
Δ2 = C1·a12 + C2·a22 - C2 = -4·0 + -2·1 - -2 = 0  
Δ3 = C1·a13 + C2·a23 - C3 = -4·1.42857 + -2·0.14285 - 1 = -7  
Δ4 = C1·a14 + C2·a24 - C4 = -4·0.14285 + -2·(-0.28571) - 0 = 0  
Δ5 = C1·a15 + C2·a25 - C5 = -4·0.28571 + -2·0.42857 - 0 = -2  
Δb = C1·b1 + C2·b2 - C6 = -4·6 + -2·6 - 0 = -36

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | -4 | -2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x1** | 1 | 0 | 1.42857 | 0.14285 | 0.28571 | 6 | - |
| **x2** | 0 | 1 | 0.14285 | -0.28571 | 0.42857 | 6 | 6 |
| **Δ** | 0 | 0 | -7 | 0 | -2 | -36 |  |

**Текущий план X:** [ 6, 6, 0, 0, 0 ]  
**Целевая функция F:** -4·6 + -2·6 + 1·0 + 0·0 + 0·0 = -36  
**Проверяем план на оптимальность:** положительные дельты отсутствуют, следовательно **план оптимален**.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

**Ответ:** x1 = 6, x2 = 6, x3 = 0, F = -36